

ZDM Mathematics Education (2015) 47:519–529
Jaguthsing Dindyal
al@nie.edu.sg

DOI 10.1007/s11858-015-0700-9
Nanyang Technological University, jaguthsing.dindyal@nie.edu.sg
Singapore

БАГА АНГИЙН ГЕОМЕТР: ТАЙЛБАР

Хураангуй

Энэхүү судалгааны гол зорилго нь сургуулийн бага ангийн геометрийн хичээлийн сургалтын талаарх тайлбар, тэмдэглэлийг хангахад оршино. Энэ сэдвийн хүрээнд төрөл бүрийн хэлбэр дүрстэй цаасыг хичээлийн хөтөч болгон ашиглаж бага насны хүүхдүүдэд геометрийн боловсрол олгоход тулгарч болох асуудлуудад анхаарал хандуулсан болно. Жишээ нь: Геометрийн хичээлээр бид юуг заах вэ?, Яагаад? геометрийн дүрсүүд, геометрийн сургалт, хүүхдүүд Геометрийн хичээлээр юу сурсныг дүгнэх, үнэлэх гэх мэт. Өгүүлэгч нь энэ сэдвээр сурагчид зурсан зураг, дүрсүүдийнхээ талаар хийж буй тайлбаруудад нь үндэслэн өөрийн үзэл бодлоо илэрхийлж байгаа бөгөөд геометрийн хичээлийн сургалтаар цаашид юунд анхаарч болох тухай дүгнэн хураангуйлсан болно.

Түлхүүр үг

Геометр, орон зайн төсөөлөл, бага насны хүүхдүүд.

1. Оршил

Миний бие бага ангийн сурагчдад геометрийг хэрхэн заах талаар маш их судалгаа хийсэн. Атлантын далайн хоёр талаас бага насны хүүхдүүд оролцуулан эмпирик судалгааг авахдаа дараах 9 баримтад үндэслэсэн болно. Үүнд :

Хүснэгт 1

Ашигласан материал	Агуулга ба оролцогч	Судалгаа
Soury-Lavergne and Maschietto (2015)	Итали 7 настай хүүхдүүд	Cabri Elem ашиглан 7 насныханд туршилтаар хичээл заах, Асуудал шийдвэрлэх
Ng and Sinclair (2015)	Ангийн сурагчдын 1/2 ба 2/3	Sketchpad болон цаас, харандаа ашиглан үе тэнгийн I-III ангийн хүүхдүүдэд нэг жилийн хугацаанд туршилтаар хичээл заах
Thom and McGarvey (2015)	Канад 1 ба 2-р анги	Чанарын судалгаа буюу 1-2 ангийн сурагчид, сурагчдын зурсан дүрсүүдэд хийсэн гурван товч тайлбарыг ашиглах
Kotsopoulos, Cordy, and Langemeyer (2015)	Канад 8-10 настай сурагчид	8-10 настай хүүхдүүдийн iPad болон цаасан хүснэгт ашиглан хийсэн хөдөлгөөнт газрын зургийг судлах. Тэдний ярьж буй зүйлс, зураг дүрс, дохио зангаа болон өгүүлэмжид дүн шинжилгээ хийх.
Kaur (2015)	Канад 7-8 настай сурагчид (ангийн 2/3)	7-8 настай хүүхдүүдийг оролцуулан гурвалжны өөр өөр төрлүүдийн талаарх сурагчдын үзэл, бодлыг анхааран авч үзэх сургалт. Зургийн цагаан самбар, шохойтойгоор бичих самбар ашиглах.
Hallowell, Okamoto, Romo, and La Joy (2015)	АНУ-ын Калифорни, 1-р ангийн сурагчид	1-р ангийн сурагчдын доторх өөр өөр бүлгүүдэд анхаарал хандуулах чанарын судалгаа, геометрийн хэлбэр, дүрсүүдийг эвлүүлэх, задлахад анхаарах. (Хүйсийн ялгааг энд ажиглаагүй)
Van den Heuvel-Panhuizen, Elia, and Robitzsch (2015)	Нидерланд, Кипр 4-5 настай хүүхэд	Төрөл 1 болон 2 дахь зүйлсийн талаар Голланд, Киприйн 4-5 настай цэцэрлэгийн хүүхдүүд дунд төсөөлөн бодох чадварыг нь харьцуулах замаар хийсэн чанарын судалгаа
Bartolini Bussi, and Baccaglini-Frank (2015)	Итали 1-р анги	6-7 настнуудад талбай бүхий тэгш өнцөгтүүдийн математикийн тодорхойлолтын талаар хийсэн сургалт. Bee-bot хэмээх програмчлагдсан жижиг робот ашиглах.
Catherine D. Bruce, and Zachary Hawes (2015)	Канад 4-8 настай хүүхдүүд	Хичээлийн төсөлт ажлын нэг хэсэг болгож 4-8 настнуудыг оролцуулан 2 хэмжээст болон 3 хэмжээст биетүүдийн хувьд эргүүлэлт болон хөдөлгөөн хийсний дараа чээжээр тооцоолоход анхаарал хандуулан тэдний чадварын ялгааг гаргах. (Хүйсийн ялгааг энд ажиглаагүй).

Хүснэгт 1-д үзүүлсэн судалгаанаас хамгийн чухал гэсэн дөрвөн судалгааг дэлгэрүүлэн авч үзье. Судалгаанд оролцогчдын ихэнх нь 4-8 насны хооронд боловч цөөн тооны 10 насныхныг мөн оролцуулжээ.

2. Геометр болон орон зайн төсөөлөл

Судалгааны материалд өргөн хүрээний сэдвүүдийг онцлон тэмдэглэж тусгасан болно. Бусад сэдвүүдийн хамт симметр буюу тэгш хэм, зураг, хэмжээст дүрсүүдийг бүтээх болон буцааж задлах, тодорхойлолтуудын хэрэглээ, орон зайн оюун дүгнэлт болон асуудлыг шийдвэрлэх зэрэг сэдвүүдийг энд оруулсан. Бага насныханд зориулсан геометрийн тухай асуудлыг Синклэйр болон Брюс (2015) анхаарлын төвд авчирсан ба тэдний үзэж байгаагаар математикийн боловсрол судлаачдад тулгарч байгаа бэрхшээлүүдийн нэг бол боловсролын чухал асуудал болох юуг, яагаад заах ёстой вэ гэдгийг томъёолох явдал юм.

2.1 Геометрийн хичээлээр юуг таниулах ёстой вэ?

Орон зайн төсөөлөл нь бага насны хүүхдүүдэд нэн чухал болохыг үгүйсгэх аргагүй юм. Гэхдээ бага насны хүүхдүүд геометрийн агуулгын хүрээнд юуг хийж чадах вэ, бид тэднээр юуг яаж хийлгэх вэ гэдгийг сонгох нь чухал. Мосс (2015) бага насанд нь хүүхдүүдэд геометрийг анх таниулах явцдаа дүрсүүдийг янз бүрийн хэлбэрээр ангилж тэдгээрийн чанарын талаар судалдаг хичээл гэхээс илүүтэйгээр уян хатан, орон зайн болон уран дүрслэлтэй хичээл гэж ойлгуулахыг санал болгосон байдаг. Дүрсүүдийн талаарх төсөөлөлд хэмжээст дүрсийн задлалтыг оруулдаг. (2D -ээс 1D гэх мэт) Бага насны хүүхдүүдэд шулуун шугамуудтай ажиллахад илүү туршлага хэрэгтэй болдог. 2D юм уу 3D дүрсүүд зурах явцад шугамууд хажуу тал эсвэл ирмэг дээр огтлолцдог тул зөв зурахад дадлага хэрэгтэй. Орон зайн ойлголтуудыг хөгжүүлэхийн тулд дүрс диаграммуудтай ажиллуулахад хүүхдийн төсөөлөн бодох чадварууд сайжирдаг хэмээн Халловелл (2015) -ын судалгааны дүн харуулдаг.

2000 онд Математикийн Багш нарын Үндэсний Зөвлөлөөс (МБҮЗ) хэвлэсэн *Сургуулийн математикийн стандартууд* болон хөтөлбөрт төсөөлөн бодолтыг онцгойлон тэмдэглэсэн байдаг. МБҮЗ -ийн хөтөлбөрт орон зайн төсөөлөл - хоёр болон гурван хэмжээст объектуудыг сэтгэхүйдээ буулгах дүрслэлүүдийг бий болгох, эргүүлэх, ямар нэг объектыг тал талаас нь харж зурж сурах нь геометрийн

сэтгэлгээний чухал тал юм гэж дурдсан байдаг.

Ван дэн Хүвэл-Панхуйзэний²⁴ судалгаанд (2015) математикийн бодлого бодох ур чадвар нь IPT гүйцэтгэлтэй чухал холбоотой бөгөөд бага насны хүүхдүүдийн төсөөллийн ур чадварыг хөгжүүлэхэд анхаарал хандуулах хэрэгтэй хэмээжээ. Бид хавтгайн дүрсүүд болон огторгуйн биетүүдийг ялгаж таних, тэднийг ангилах гэх зэрэг энгийн зүйлүүдэд бага насны хүүхдүүдийн ихэнх цагийг зарцуулахыг хүсдэггүй. Олон оновчтой дасгал сургуулилт хийснээр сурагчдын оюуны зураглал хийх чадваруудыг ахиулах боломжтой бөгөөд түүнийг сайжруулж болно хэмээх дүгнэлтийг эдгээр судлаачид хийжээ.

Яагаад бид геометрийн мэдлэг болон орон зайн төсөөллийг олгох хэрэгтэй вэ?

Бага насанд нь геометрийн төсөөллийг эзэмшүүлэхийг хүсэж буй нэг шалтгаан бол хүүхдүүдийн геометрийн сэтгэлгээг хөгжүүлэх явдал юм. Энэ нь геометрийн агуулгын ай доторх математик сэтгэлгээний нэг хэлбэр гэж үздэг. Геометр сэтгэлгээ нь бага насны хүүхдүүдэд бидний эзэмшүүлэхийг хүсдэг чадварын төрлүүдэд багтаж байдаг. Геометрийн материалыг үзэж судалснаар сурагчдын дараах 5 чухал чадвар хөгждөг хэмээн Хоффер (1981) онцолжээ. Үүнд:

- Харааны чадварууд (танин мэдэх, шинж чанаруудын ажиглалт, газрын зургуудыг унших, дүрслэх),
- Хэл ярианы чадварууд (нэр томъёо, орон зайн ойлголт болон холбоо хамаарлыг тодорхойлоход нарийн тодорхой харилцаа холбоог зөв хэрэглэх),
- Зурах чадварууд (хуваарьт диаграммууд хийх, бүдүүвч изометрийн дүрсүүд хийхдээ зургаар дамжуулан харилцах, геометрийн 2-D болон 3-D дүрсүүдийг дүрслэн үзүүлэх),
- Логик чадварууд (шалгуур үзүүлэлт, ялгаж чадах хэв маяг, таамаглалыг бий болгох ба турших, ангилал, эсрэг жишээнүүдийг ашиглан гаргалгаа дүгнэлт хийх зэрэг гол шинж чанаруудыг ойлгож мэдэх, ангилах)
- Хэрэглээний ур чадварууд (геометрийн хичээлээр сурсан мэдлэг чадвараа бодит амьдралд хэрэглэх) зэрэг багтана.

Хэдийгээр энэ ур чадваруудын иж бүрдэл нь дунд сургуулийн түвшинд илүү тохиромжтой санагдаж болох ч эдгээр чадварыг хөгжүүлэх ажлыг хойшлуулж болохгүй учир сургуулийн бага ангиас эхлэх хэрэгтэй.

Бага ангид нь геометрийн материалыг таниулах бас нэг шалтгаан нь бид хүүхдийн

²⁴Van den Heuvel-Panhuizen

орон зайн сэтгэлгээний ур чадварыг хөгжүүлэхийг хүсэж байгаад оршино. Энэ нь хожим математикийн хувьд илүү ололт амжилт гаргахад тулгуур хэрэгсэл болох юм. Үндэсний Эрдэм Шинжилгээний Зөвлөл (2006) судалгаанд орон зайн хувьд бодож сэтгэх нь дараах гурван зүйлийн тухай мэдэхэд хүргэдэг гэжээ. Эдгээр нь орон зай, төлөөлөл, оюуны дүгнэлт бөгөөд бүгдээрээ геометртэй бат бөх холбогддог гэдгийг онцлон тэмдэглэсэн байдаг.

Геометр болон орон зайн төсөөллийг яагаад бага насны сургуулийн хөтөлбөрт оруулах ёстойг нотлох өөр олон сайн шалтгаан бий. Тухайлбал, *Сургуулийн математикийн стандартууд* (СМЗС, 2000 он) нь цэцэрлэгийн насныхнаас авхуулаад 12-р ангийн төгсөх бүх сурагчид дараах зөвлөмж хөтөлбөрүүдийг санал болгожээ. Эдгээр нь:

- Хоёр болон гурван хэмжээст геометрийн дүрсүүдийн онцлог, шинж чанаруудад дүн шинжилгээ хийх, тэдгээрийн холбоо хамаарлын талаар математикийн мэтгэлцээн өрнүүлэх
- Байршлуудыг тодорхойлох, координатын хавтгай болон бусад бодит дүрслэлийн системүүдийг ашиглан орон зайн холбоо хамаарлыг тодорхойлох
- Хөдөлгөөн, хувиргалтыг хэрэглэх, математикийн мөрдлөгөөнүүдэд анализ хийх симметрийг ашиглах
- Төсөөлөн бодох, орон зайн оюуны дүгнэлт, асуудлыг шийдэх геометрийн загварчлал ашиглах

Хэмжилттэй холбоотой зарим геометрийн концепциудыг дээрх жагсаалт шиг СМЗС (2000 он) хэмжилтийг тусдаа агуулгатай хэсэг болгон авч үздэг. Нөгөө талаар Усискин (1987) геометрийн материалыг дөрвөн талаас нь авч үзжээ. Эдгээр нь:

1. Визуализаци буюу төсөөлөл, зураг, дүрсүүдийг зохион бүтээх;
2. Бодит ертөнцийн орон зайн судалгаа;
3. Хийсвэр математик ойлголтууд болон тэдгээрийн холбоо хамаарлыг илэрхийлэх;
4. Албан ёсны математикийн систем болгож илэрхийлэх зэрэг болно.

2.3. Геометрийн материалыг таниулах боломжууд

Хүснэгт 1-т судалгааны дүнгээс харахад, цаас болон харандаа бүхий орчинд эсвэл компьютерийн орчинд эсвэл аль алинд нь ямар нэгэн дүрсүүд ашиглахгүйгээр геометрийг заах боломж багатай юм байна. Тэгвэл яагаад дүрсүүд геометрт тийм чухал байдаг вэ? Магадгүй,

геометрт дүрсүүдийг ашиглах хамгийн чухал гэгдэх нэг шалтгаан нь зурагт хэд хэдэн холбоос, хамаарлыг нэг зэрэг харуулдагт байж болно. Түүнээс өөрөөр энгийн дискурсээр дамжуулан тэр бүгдийг нэг дор харуулахад хэцүү байж болох юм. Бага насны хүүхдүүдэд геометрийн ойлголтын өөр өөр хамаарлын хооронд холбоо тогтооход хүндрэл гардаг. Энэ нь хүүхдүүд хичээл дээр нь байгаа эсвэл стандарт сурах бичгүүдээс олж авсан геометрийн туршлагаадаас тэр чигээрээ биш юм гэхэд зарим талаараа болсон байж мэднэ. Түүнчлэн хүүхдүүд нэг ижил ойлголтын тухай тодорхойлолтод өөр өөр дүр зургийг төсөөлдөг байж болно. Бага насны хүүхдүүдийн хувьд хэд хэдэн ойролцоо болон эсрэг жишээг хэрэглэх нь үр дүнтэй. Дүрс гэдэг нэр томъёоноос гадна бид геометрт зураг, диаграмм гэсэн нэр томъёонуудыг түгээмэл хэрэглэдэг. ‘Дүрс’ гэдэг үгийн утгыг илэрхийлэх нэлээд түгээмэл ойролцоо утгатай хэрэглэгддэг зураг гэсэн нэр томъёо нь Том болон МакГарви (Thom болон McGarvey) нарын (2015 оны энэ дугаар) судалгааны баримт бичигт нүдэнд тусахуйц харагддаг.

Геометрт бидний зурдаг дүрсүүд нь геометрийн объектуудын жирийн илэрхийллүүд болохоос бодит зүйлс биш. Жишээлбэл, нэг гурвалжин зурсан байлаа гэхэд энэ дүрс геометрийн хийсвэр нэг объектыг эсвэл тодорхой бодит жишээг илэрхийлж болно. Тиймээс дангаар нь хэрэглэсэн дүрсүүд суралцагчдад хоёр тохиолдлын хоорондох ялгааг ялгах боломж олгодоггүй. Энэ нь л эхлэн суралцагчдад геометрийг сурахад тохиолддог үндсэн бэрхшээл юм. Хүүхдүүдэд тодорхой болон хийсвэр хоёрын хоорондох ялгааг гаргахад бэрхшээлтэй байдаг. “Дүрс” гэдэг үг нь өөрөө хоёрдмол утгатай учраас үүнийг геометрийн объектод ч эсвэл ийм объектын график илэрхийлэлд ч хамааруулж болно. Энэхүү хоёрдмол утга нь бага ангийн сурагчдад бэрхшээл хүндрэлийн сайн танигдсан эх үүсвэр болдог. Компьютерийн орчинд 6 настнуудтай ажиллаж байсан Ловр²⁵ (2002) биеийн болон танин мэдэхүйн хөгжил явагдаж байгаа үед хүүхдүүдэд бодит байдал дээр байгаа 3D объектуудыг тодорхой 2D хэлбэрт буулгаж харуулах хэрэгцээ шаардлага гардаг ч суралцагчид үүнийг бүрэн ойлгож хүлээн авч чаддаггүй гэжээ.

3. Бага насныханд геометрийг заах ба сурах үйл явц

Хүүхдүүд байгалиасаа шинэ зүйлийг сурахаар заяагдсан байдаг боловч тэдний сурах үйл явц насанд хүрэгчдийнхээс маш ялгаатай байдаг. Хүүхдүүд насанд хүрэгчдээс зөвхөн

²⁵Lowrie

эзэмшиж буй мэдлэгийн хэмжээгээрээ ялгагдах бус мөн түүнчлэн тэрхүү мэдлэгийн чанараараа ялгагддаг. Энэхүү дугаарт оруулсан судалгааны баримтууд нь хүүхдүүдэд геометр болон орон зайн хувьд оюуны төсөөллийг таниулахад хэрэглэдэг янз бүрийн төрлийн объектуудын зориулалт, хэрэглээг тодорхойлно. Тэдгээрийг компьютерийн орчноос эсвэл компьютерийн бус орчноос ирж байгаагаар нь ангилж болох юм. Де Моор 2005 онд хийсэн судалгаандаа чиг баримжаа авах, дүрсүүдийг бүтээх, дүрс болон зургуудтай ажиллах гэсэн геометрийн гурван талт ангиллыг ашиглан геометр болон орон зайн төсөөллийг таниулж болох хэд хэдэн төрлийн нөөц байгааг тэмдэглэжээ.

Хүснэгт 2

Судалгааны материал	Багшийн мэргэжлийн хөгжил	
Судлаачид	Хам сэдэв ба оролцогчид	Судалгаа
Tsamir, Tirosh, Leven-son, Barkai, and Tabach (2015) Moss, Hawes, Naqvi, and Caswell (2015)	Израиль Канад цэцэрлэгт 4-6 настай хүүхдүүдэд багшилж байсан Боловсролын нэгдүгээр зэрэгтэй багш нар болон (4 + 1), нэгдүгээр зэрэгтэй багш нар (4 + 1), нэг захирал болон өөр хоёр ажилтнууд. Боловсролын бакалавртай Кавказын эмэгтэй багш нар	Бага насны хүүхдүүдийн ойлголтын дүр зургууд (гурвалжин, дугуй, цилиндрин тухай ойлголтын тодорхойлолт) Даалгаварт суурилсан клиник ярилцлагууд, Туршилтын хичээлүүдийг загварчилж, хэрэгжүүлсэн Сири болон Иракаас ирсэн бага насны хүүхдүүдтэй ажиллаж байгаа бусад багш нараас Математикийн багш нарын оролцуулсан Японы хичээлийн судалгаа

3.1 Гадаад орчны (компьютергүй) нөөц бололцоо

Нэгдүгээрт, орон зайн баримжааны тухай ойлголт, харилцааны талаар ярихад хүүхэд үргэлж дөрвөн хананы дотор байх ёсгүй. Тэд анги дотор болон ангиас гадуур сэтгэх, суралцах хэрэгтэй. Хүүхдэд бага багаар унших, хийх, энгийн төлөвлөгөө боловсруулж сурах

боломжийг нь олгох хэрэгтэй. Энэ талаар Том, Макгарви (2015) нар хүүхдүүд зураг зурахын тулд сургуулийн хашаанд хэрхэн холхиж буйг судлан тайлагнасан байна. Тэдний дүгнэлтээс үзвэл зураг нь дохио зангаа, ярилцлага, хийж буй ажил, үйлдэл зэрэг тухайн үеийн нөхцөл байдлаас үүсэж, эцэстээ тов тодорхой дүр зураг болж харагддаг ажээ. Бусад нөхцөл байдлын хувьд хүүхдүүд аливаа объектыг өөр өөр байр сууринаас харах шаардлагатай бөгөөд үүнийг Де Моор “өөрийн бодолтой байх” хэмээн нэрлэсэн. Цэцэрлэгийн багш нартай хамтарч Төсөөллийн Төлөв Байдлын (ТТБ) санааг ашиглан “өөрийн бодолтой байх” тухай судалсан Ван ден Хавел-Панхуйзены зүгээс өөр өөр харагдах төлөвөөс дүрсэлсэн объектуудын хөдөлгөөнгүй зургийг ашиглажээ. Хөдөлгөөнгүй зураг ашигласан, аль эсвэл хүүхэд урьд өмнө нь сургалтад хамрагдсан байх ёстой эсэхээс үл хамааран зөвхөн ангийн түвшинд (дотоод) суралцсан хүүхдийг хангалтгүй гэж үздэг.

Хоёрдугаарт, конструктивизмын хувьд хүүхдүүдэд чөлөөт материал (шавар, баримлын шавар, утас, хайрцаг), геометрийн материал (лего, загвар блок, угсардаг тоглоом, дүрс эвлүүлэх), цаасан материал (цаасаар дүрс хийх, цаас хайчлах), цаасан дээр зурах (дүрс, загвар зурах) үйлдэл хийх боломж бололцоогоор хангах нь чухал (Том, Макгарви 2015, тус асуудал).

Гуравдугаарт, дүрс, тоотой ажиллах үедээ хүүхдүүд геометрийн объектуудыг өөрчлөх, улмаар гулсуулах, тусгах, эргүүлэх зэрэг геометрийн өөрчлөлтийн явц дахь ялгааг сайтар ажиглавал зохино. Энэ тухай Брюс, Хэвэс (2015, тус асуудал) нарын судалгаанд тодорхой дурдсан байдаг. Тус судалгаагаар 2D болон 3D объектуудыг эргүүлэхэд анхаарч, суралцагчдын орон зайн сэтгэхүйд гарч буй өөрчлөлт нь “нэгд, хоёрт...” гэсэн эерэг нөлөө үзүүлэхийн сацуу орон зайн оюун дүгнэлт хийхэд гарсан үйлүүд нь математикийн ерөнхий түвшинд сайнаар нөлөөлдөг болохыг баталсан.

3.2 Дотоод орчны (компьютертэй) нөөц бололцоо

Өнөө үед хүүхдүүд iPad, ухаалаг утас, компьютер, олон төрлийн электрон тоглоом, бусад программ хангамж зэрэг төрөл бүрийн технологийн тоног төхөөрөмжийг чөлөөт цаг болон мэдээллийн зорилгоор ашиглах болжээ. Эдгээр дижитал тоног төхөөрөмжийн тусламжтайгаар геометрийн ойлголт, орон зайн дүгнэлтийг ойлгуулахад илүү хялбар байж болох юм. Сурагчдад хичээл заахдаа технологи ашиглах нь хэвийн үзэгдэл болсон. Энэхүү

судалгааны тодорхой хэсэгт ч гэсэн технологи ашиглалтын тухай үзсэн. Тухайлбал: Синклайр (2015) тэгш хэмийн талаарх судалгаандаа sketchpad программыг, Костополус (2015) судалгаандаа iPad, Кар интерактив цагаан самбарыг ашиглажээ. Барталони-Бусси, Баккаглини-Фрэнк нар (2015) Bee-bot хэмээх жижиг программчилдаг роботыг хэрэглэсэн бол Сури-Лаверн, Машиетто нар (2015) геометрийн динамик программ болох Cabri-Elem-ийг тус тус судалгаандаа ашигласан байдаг.

Клементс, Настаси, Свамнатан (1993) нарын зүгээс нягт нямбай, бүтээлч байдлаар ашигласан технологи нь боловсролын орчныг дэмжиж, хүүхдэд хөгжих боломж олгодог болохыг цохон тэмдэглээд бага насны хүүхдүүд компьютертэй ажиллахын хэрээр аман харилцаа болон хамтын ажиллагаа нь давхар өсөн нэмэгддэг гэж үзсэн. Технологи сургалтад онц ач холбогдолтой болохыг онцлохын зэрэгцээ Лаури (2002Б) компьютерийн хэрэглээний талаар дараах зүйлийг анхааруулсан. Үүнд: Бага насны хүүхдүүдэд 3D, дуураймал 3D болон 2D хэмжээс хоорондын ялгааг компьютер ашиглан заахаас гадна компьютерт суурилсан орчноос тусдаа үндсэн чухал ойлголтуудыг төлөвшүүлэх нь тун чухал юм” хэмээжээ.

Технологийг заах аргад өргөнөөр ашиглах үед суралцагчдын ар гэрийн байдал өөр өөр түвшинд байдгаас хамаарч тэгш эрхт байдлын тухай асуудал босож ирдэг. Тухайлбал, хүүхэд бүр iPad-тай байх боломжгүй байж болох юм. Гэсэн хэдий ч өнөөг хүртэл уламжлалт аргаар таниулж байсан зарим материалыг технологийн ачаар илүү өндөр түвшинд зааж болохыг үгүйсгэх аргагүй. Харин технологи ашигласан заах үйл ажиллагааг маш анхааралтай хийж гүйцэтгэхгүй бол зарим тохиолдолд хүүхдүүдийн анхаарал сарниж, сонирхол солигдож, хичээлдээ төвлөрч чадахгүй болдог. Тийм учраас багш нар геометрийн хичээл, цаашлаад сурган хүмүүжүүлэх зүй, технологитой ажиллах зэрэгт итгэлтэй, мэргэжлийн ур чадвартай байх ёстой. Үүнийг Коэхлер, Мишра (2009) нарын “Технологи ба Сурган Хүмүүжүүлэх Ухааны Мэдлэг” (ТСХУМ) хэмээх баримтаас харж болно.

3.3 Геометрийн хичээл заах, багшийн мэргэжлийн хөгжил

Мосс, Цамир нарын судалгаанд (Хүснэгт 2) багш нарын мэргэжлийн хөгжлийн тухай өгүүлсэн байна. Бага ангийн хүүхдэд геометрийн хичээл заах тухайд багш нар заах зүйлдээ бүрэн итгэлтэй, маш сайн бэлдсэн байх шаардлагатай. Энэ асуудлыг Перри, Доккет нар (2002) анх

хөндсөн бөгөөд тэдний судалгаанаас харахад, бага ангийн олон багшийн математикийн мэдлэг чадвар хангалтгүй гарчээ. Мөн тэд “Бага ангийн хүүхдийн математикт суралцах өгөгдөл боломж маш өндөр байдгийг дурдаад гагцхүү бага ангийн багш нар тухайн хүүхдийн оюуныг тэлэх, асуусан болгонд нь хариулахуйц мэргэжлийн ур чадвар, өөртөө итгэлтэй байдал, чадавхыг бүрэн эзэмшсэн байх ёстой” хэмээжээ. Моссын (2015, тус асуудал) үзэж буйгаар бага ангийн хүүхдэд тохирсон математикийн хөтөлбөр батлахад тулгардаг нэг асуудал нь энэхүү хөтөлбөрийг хэрэгжүүлэгч бага ангийн багш нар нь зохих түвшинд бэлтгэгдэхгүй байгаа явдал ажээ.

Хавтгайн болон огторгуйн геометрийн талаар илүү гүнзгийрүүлж авч үзвэл, Жинсберг (2006) багшийн мэргэшил, мэдлэгийн хүрээ, ажилдаа хандах хандлагын дутагдалтай талыг онцолсон. Бага ангийн багшийн мэргэжлийн ур чадвар, мэдлэгийг дээшлүүлэх нэгэн үр дүнтэй арга бол Моссын (2015) тодорхойлсноор “Японы хичээлийн судалгаа”-г нутагшуулж, ашиглах явдал юм. Энэхүү багшийн мэргэжлийн хөгжлийн загварын сайн тал нь гэвэл багш нар хамтдаа баг болон ажиллаж, хичээлээ хамтдаа төлөвлөж, судалгаа хийж, хичээлээ заадаг тул эдгээр үйл явцын туршид багш нар өөрсдөө давхар суралцаж хөгжиж байдаг гэжээ. Мэдээж багш нар геометрийн хичээлийг мэргэжлийн түвшинд мэддэг байх ёстой.

Цамирын (2015, тус асуудал) судалгаанд Израйлын бага ангийн багш нарын ойлголтын төсөөлөл, ойлголтын тодорхойлолтыг дурдсан байдаг. Тэдний судалгаанд өгүүлснээр зарим багш нар геометрийн тодорхой ойлголт, тогтолцоог бүрэн мэддэггүй, тэр ч байтугай геометрт хамаарах болох геометрт хамаарахгүй жишээг хооронд нь ялгаж салгаж чадахгүй байсныг дурдав. Багшийн энэхүү дутагдалтай, мэргэжлийн ур чадваргүй байдал ганцхан Израйлд бус дэлхийн аль ч улс оронд тодорхой хэмжээгээр оршиж байдаг. Багш хүн өөрийн геометрийн мэдлэг, мэргэжлийн ур чадвартаа итгэлгүй байх аваас хүүхдүүдийн хичээл сурлагад урт удаан хугацаанд сөргөөр нөлөөлөх нь дамжиггүй билээ.

Дээр дурдсанаас үзэхэд, геометрийн хичээл заах амаргүй бөгөөд тооны хичээл болон энгийн алгебр (Дувал, 1998) заахаас илүү нарийн түвэгтэй. Бага ангийн сурагчийн төлөв байдлыг судалж үзээд Файс, Либов нар (1993) геометрийн хичээл заахтай холбоотой нэгэн алтан зарчим болох зөвлөмждөө хүүхдийг “бүхэлд” нь тусгах ёстой хэмээсэн байдаг. Өөрөөр хэлбэл, тухайн сурагчийн когнитив, сэтгэл санааны, нийгмийн,

бие махбодын хэрэгцээ шаардлага, онцлогийг бүгдийг нь харгалзан үзэх хэрэгтэй юм. Энэ хүрээнд мэргэжилтнүүд үндсэн гурван зарчмыг тодорхойлсон. Үүнд:

- Геометрийн хичээлийн зорилго нь хүүхдийн мэдлэг, чадвар, хандлага, мэдрэмжийг сайжруулахад чиглэгдсэн байх.
- Хичээлийн заавар зөвлөмж боловсруулахдаа хүүхдийн хэрхэн суралцаж буйд үндэслэх. Тухайлбал, үйлдэл хийх, үйлдлээ хянах, санаа бодлоо бусад ангийн хүүхдүүд болон багштай хуваалцах.
- Хичээлийн заавар зөвлөмжийг олон янзын аргаар хэрэгжүүлэх боломжтой (тоглоом, сургалтын төв, төсөлт ажил, шууд заах гэх мэт)

Геометрийн хичээлээр зөвхөн хүүхдийн мэдлэг, чадварыг нэмэгдүүлэх бус аливаад хандах хандлага, мэдрэмжийг ч сайжруулах ёстой.

3.4 Геометрийн сургалтын онолууд

Мамологийн (2015, тус асуудал) судалгаанд математикийн даалгаврын бүтцийг өөрчлөх тухай онол дэвшүүлсэн. Ингэхдээ төрөл бүрийн насны сурагчдад зориулсан геометрийн оюуны зураглалыг бататгагч орон зай болоод үзэгдэх байдлын төсөөлөл/дүрслэлийг/ орхигдуулж болохгүй. Аливаа салбарын онол гэдэг тухайн үзэгдлийг тухайн салбарт нь хамаарах эсэхээс үл хамааран тайлбарлах нь чухал үүрэг, ач холбогдолтой байдаг. Геометрийн сэтгэлгээний хувьд гол төлөв хоёр онолыг дурддаг. Нэг нь Жан Пиажегийн дэвшүүлсэн Топологийн Үндсэн Даалгавар (ТҮД), нөгөө нь Ван Хиелийн онол.

3.4.1 Топологийн үндсэн даалгавар

Нэрт сэтгэл судлаач Жан Пиаже нь бодит объектод хүрч мэдрэх, цаас хайчлах, тоог нэрлэх, зурах, дүрс зурах зэрэг даалгаврыг гүйцэтгүүлэн бага ангийн хүүхдүүдтэй ажилладаг байсан. Пиаже, Инхелдер нар (1967) дараах дүгнэлтэд хүрсэн. Үүнд: (1) хүүхэд тухайн орчныг шууд хүртэхдээ орон зайг мэдрдэггүй, харин тухайн орчныг өмнө нь судалснаар орон зайн баримжаа олж авдаг; (2) геометрийн аливаа санаанд хамаарах үргэлжилсэн зохион байгуулалтад тодорхой дэс дараалал байдаг, түүнийг Топологийн Үндсэн Даалгавар (ТҮД) гэж нэрлэдэг. ТҮД-ын дагуу нэгдүгээрт топологийн харилцаа (дотор, гадна, холбоотой байдал, тасралтгүй үргэлжлэх байдал) үүсэж, хоёрдугаарт проектив харилцаа (шулуун шугамын) үүсэж, эцэст нь Эвклидын харилцаа (өнцөгт байдал, параллелизм, хоорондын

зай) үүсдэг. ТҮД-ын хамгийн их шүүмжлэлд өртдөг нэг тал нь тоо/дүрс бүр нь Эвклид болон топологийн шинж чанар аль алиныг нь агуулдаг. Харин Пиаже, Инхелдер нарын туршилтаас үзэхэд тэд холбогдох тоо/дүрс бүрийг дээрх хоёр зэрэглэлд хуваан ангилсан байдаг (Клементс, Батгиста-с харах, 1992).

3.4.2 Ван Хиелийн онол

Заавар зөвлөмж боловсруулах, суралцагчдын ур чадварыг үнэлэхэд (Кравли, 1987) геометрийн сэтгэлгээний Ван Хиел загварыг ашиглах боломжтой юм. Энэхүү таван түвшний загварыг 1950-иад оны үед Ван Хиелсийнхэн (Эхнэр, нөхөр хоёр) Нидерландад анхлан боловсруулсан. Анхандаа түвшин 0-4 гэсэн дугаарлалттай байсан боловч сүүлд 1-5 болгож, 5-р түвшнийг хамгийн дээд хэлбэр гэж үзсэн. 1-5-р түвшнийг дэс дарааллаар нь дурдвал: танин мэдэх, дүн шинжилгээ хийх, албан бус дедукц, албан ёсны дедукц, дүгнэлт зэрэг болно. Ван Хиел (1986) энэхүү онолын үндсээ Жан Пиажегийн судалгаанаас авсан гэдгээ хүлээн зөвшөөрсний зэрэгцээ геометрийн сэтгэлгээний түвшнийг тодорхойлоход маш хэцүү байсан тухай дурдсан байдаг. Түүний үзэж буйгаар түвшин нь тухайн асуудалд тохирохгүй байсан боловч сэтгэлгээнд нийцүүлснээр түвшнүүд Пиажегийн когнитив хөгжлийн онолын адил наснаас хамаарахгүй болсон.

К-4 ангийн ихэнх хүүхэд 1-2-р түвшний (Файс, Либов, 1993) геометрийн сэтгэлгээг бүрэн илэрхийлнэ. Багшийн хувьд тухайн түвшинд хүүхдийн хэрэгцээ шаардлагад нийцүүлэх, хүүхдийг дараагийн түвшинд дэвшүүлэхийн тулд агуулгыг сайтар төлөвлөх шаардлагатай. Ван Хиелийн эдгээр түвшин өргөн хэрэглэгдэх болсон ч мөн адил шүүмжлэл тасарсангүй. Гэхдээ нэг зүйлийг мартаж болохгүй. Дунд сургуулийн геометрийн хичээл бүхэлдээ Эвклидын системд суурилсан үед Ван Хиелийн онолын түвшнийг боловсруулсан.

Клементс, Свамиантан, Ханнибал, Сарам нар (1999) өөрсдийн судалгаанд үндэслэн Ван Хиелийн 1-р түвшний өмнө бичигдэх учиртай когнитивын өмнөх түвшнийг боловсруулж, Ван Хиелийн 1-р түвшнийг дахин боловсруулах, дахин тодорхойлох шаардлагатай гэж үзсэн. Зарим судлаач (Гутиррез, Жейми, Фортони, 1991) аливаа суралцагч нэгэн зэрэг оюуны дүгнэлтийн хоёр түвшнийг хөгжүүлэх боломжтой гэж үзсэн бол бусад судлаач (Пандисио, Ортон гэх мэт, 1998) Ван Хиелийн онолд ерөнхий шинж чанар дутагдсан гэж дүгнэсэн. Түүнчлэн Ван Хиелийн онолыг Сургалтын Ажиглагдсан Үр

Дүнгийн Бүтцийн (САҮДБ) таксоном, Скемкийн математикийн ойлголтын (Оливе, 1991) загвартай холбох оролдлогууд гарч байсан. Нөгөө талаар Пандисо, Ортон нар (1998) Ван Хиел болон Жан Пиажегийн төлвийн нийлэмжийн талаар маргалддаг байсан. Геометрийн сэтгэлгээний асуудалд зарим төрлийн шатлалын түвшинд зөвшилцөлд хүрсэн байдаг ч Ван Хиелийн онолд энэ талаар дэлгэрэнгүй өгүүлээгүй. Тиймээс технологитой ажиллахтай холбоотой бусад онолыг дурдах хэрэгтэй. Мамоло (2015, тус асуудал) геометрийн сэтгэлгээний хэлхээ холбоог боловсруулсан. Гэвч үндэслэгчид бусад загвартай хослуулаагүй билээ.

4. Хүүхдийн сурах үйл явцыг үнэлэх нь

Бага ангийн хүүхдүүд хэл сурах, математикийн ойлголтыг хүлээн авах зэрэгт маш мэдрэмтгий, эмзэг байдаг. Тиймээс багш нар хүүхдийн аргыг олох, хүүхдэд шинэ мэдлэг олгох, хүүхдүүд сурсан мэдсэнээ хэрхэн илэрхийлж буйг ажиглах нь чухал. Зөвхөн сурлагад бус үйл явцад анхаарах хэрэгтэй. Цаашилбал, энэ талаар Флийр, Күйнонес нар (2013) зөвхөн хүүхдийн сэтгэхүйг үнэлэх нь хангалтгүй, хүүхэд тухайн үнэлгээний нөхцөл байдлыг сэтгэл зүйн хувьд хэрхэн хүлээн авч буйг мэдэх нь чухал гэжээ. Үүний дагуу үнэлгээ хийж буй багш тодорхой зохиомол үнэлгээний нөхцөлд хүүхэдтэй хамтран ажиллах, зохих ёсоор үнэлгээ гаргах, тодорхой нийгмийн шинжтэй үйл ажиллагаанд оролцох замаар үр дүнг нь үзэх байдлаар ажилладаг.

Хүүхдийн сургалтыг үнэлнэгэдгярвигтай ажил бөгөөд математикийн боловсролын (Ван ден Хавел-Панхуйзен, 1996, хуудас. 27) үүднээс геометрийн хичээлтэй холбоотой хүүхдийн сургалтын үнэлгээг сайжруулах дараах санал зөвлөмжийг хүргэж байна. Үүнд:

1. Сургалтын үйл явцыг ажиглах, ингэснээр сургалт үр дүнтэй, төвлөрсөн эсэхийг шалган баталгаажуулахад багшид тустай.
2. Оношлох зорилготой сорил явуулахын тулд ажиглалтын арга ашиглах.
3. Хүүхдүүдийн юу сурч мэдсэн, юу ойлгосныг нь мэдэхийн тулд тэдэнтэй хэлэлцүүлэг өрнүүлэх.
4. Явцын үнэлгээ хийх, ингэснээр багш сургалтын үйл явцын талаар илүү их мэдээлэлтэй болох.

Хэдийгээр хүүхдийн сургалтын үнэлгээг өдгөө өөр өөр судалгаагаар судалж байгаа хэдий ч талуудын аль аль нь энэхүү судалгаанд үнэлгээний санааг онцлон дурдаагүй. Тухайлбал, Ван ден Хавел-Панхуйзен, Элиа, Робиш (2015, асуудал) нарын судалгааны хувьд олон сонголтод

хүчин зүйлийг сонгох замаар Төсөөллийн Төлөв Байдлыг үнэлэх гэх мэт. Хэдийгээр хариу арга хэмжээ нь боломжийн түвшнээс дээгүүр гэж үзэж болох ч энэ тохиолдолд хүүхдийн сургалтын үйл явцыг үнэлэх боломжгүй. Хүүхдийн сургалтыг үнэлэх нь багш нарт хамгийн их хэрэгтэй.

Гол төлөв бага ангийн сурагчид албан боловсролд тэр бүр хамрагдаагүй бол өмнөх холбоо нь бүрэн бус байдаг. Түүнчлэн бага ангийн хүүхдүүдийн хөгжил харилцан адилгүй байдаг ба үүнд ар гэрийн орчин, санхүүгийн боломж бололцоо их нөлөөлдөг. Амжиргааны боломж бололцоо тааруу байдал хүүхдийн боловсролыг тодорхой хэмжээнд хязгаарладаг. Сурагчдын дунд байдаг бүх түвшний ялгааг цэгцэлнэ гэж бараг л байхгүй. Багш нарын хувьд үнэлгээ хийх нь хүүхдүүдийн зөвхөн өнөөгийн сургалтын төлөв байдал бус ирээдүйн сургалтад ч ач тустай. Энэ санааг Флийр (2010) үндэслэн боловсруулж, “үр ашигтай үнэлгээ” хэмээн нэрийдсэн.

Дүгнэлт

Энэхүү өгүүллээ геометрийг эхлэн суралцагчдад тулгардаг бэрхшээлүүдийг судлах зорилготойгоор цуглуулсан судалгааны материал, мэдээ мэдээлэл, ном товхимол тэдгээрт тусгагдсан санаануудад тулгуурлав.

Энэ сэдвийг хөндсөн ихэнх хүн бага насны хүүхэд геометрийн ойлголтыг яаж хүлээн авч байгааг их анхаарчээ. Сургалтын төлөвлөгөө, заах арга зүй, багш нарын бэлтгэл, сургалт эхэлсэн анхны жил тулгарах хүндрэл зэрэг асуудлыг бид дахин дүгнэж, боловсруулах шаардлагатай.

Сургалтын төлөвлөгөөнд нэгдүгээр ангиас нь эхлэн сургалт явагдаж буй орчин цаашид геометрийн ойлголтуудыг сурагч хүлээн авахад хялбар байхаар тусгаж өгөх хэрэгтэй. Бага насны хүүхдийн математик судлах эрмэлзэл, тэмүүллийг мохоохгүйн тулд сургалтын материалд их хэмжээний агуулгыг оруулахаас болгоомжлохоос гадна геометрийн материалыг таниулах сургалтын хөтөлбөр нь мэдээж хүүхдийн нас сэтгэхүйд тохирсон байвал зохино.

Бидэнд бага насны хүүхэд яаж сурдаг тухай олон судалгаа, шинжилгээ байдаг, гэхдээ математикийн нэг салбар болох геометрийг яаж хүлээн авч сурдаг вэ гэсэн ойлголтыг дахин нарийсган судлах хэрэгтэй. Батистагийн (2007) санал дэвшүүлсэн геометр, огторгуйн дүрслэлийн үндсэн ухагдахуунуудыг (бодит биет, мэдрэгдэх биет, танин мэдэх биет, концептуаль биет, ухагдахууны тодорхойлолт) цаашид судлах хэрэгтэй. Ван Хилийн түвшний

геометрийн тухай ойлголтыг бага ангийн хүүхдүүд хүлээн авч чадахгүй тул бүх талыг багтаасан арга зүй шаардлагатай. Багш нар сурагчийн үнэлгээг зөвхөн цаас, харандаагаар хязгаарлах хэрэггүй. Ван Ден Хеувель-Пенхуизен (1996) Геометрийн тухай мэдлэгийг хүүхэд яаж эзэмшдэг тухай судалгаанд Флирийн дэвшүүлсэн “потентив үнэлгээ” гэсэн санааг хэрэглэж болох юм.

Судлаачдын зарим судалгааны сонирхолтой хэсгийг тодруулбал:

- Хүүхэд сургуульд анх хөл тавихдаа геометрийн дүрсүүдийн тухай ойлголттой байвал сайн ба геометрийг бодит амьдралтай холбож өгөх;
- Суралцагч геометрийн материалыг судлахдаа тааламжтай мэдрэмж төрөх сэтгэл зүйн орчин нөхцөлийг бүрдүүлэх;
- Геометрийн сургалтад танин мэдэхүйн талыг анхаарахаас гадна нийгэм соёл, сэтгэлийн хүчин зүйлийг анхаарах;
- Технологийн дэвшил хүүхдийн сургалтад яаж нөлөөлж байгааг судалж үзэх;
- Харьцуулсан судалгаанууд явуулах (танин мэдэхүйн тоон, чанарын судалгаа).

Эцэст нь, бага ангийн сургалтын төлөвлөгөөнд хавтгайн болон огторгуйн геометрийн ойлголт төсөөллийг хамтад нь багтаавал илүү ач холбогдолтой гэсэн дүгнэлтэд хүрч байна.

Орчуулсан: МУБИС БС-ийн багш Б.Хадбаатар
МУБИС МБУС-ийн багш А.Төрбат